

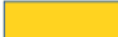



Quels problèmes quand, au CP ?

Types de problèmes → planifier son enseignement (progression)

Catégories de typologies


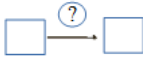

<i>typologie de Houdement</i>	<i>typologie inspirée de Vergnaud</i>
Problèmes basiques ou dits « élémentaires », à une étape (« one step problem »)  	problèmes du champ additif (additions, soustractions) - transformations - compositions (parties - tout) - comparaisons problèmes du champ multiplicatif (multiplications / divisions) - composition: addition répétée (multiplication) / partages (nombre de parts ou valeur d'une part)
Problèmes composés ou dits « complexes » (= composés de basiques), à plusieurs étapes (2 étapes au cycle 2)  uniquement champ additif	
Problèmes de recherche atypiques avec ou sans données numériques 	

Quels problèmes dans les documents institutionnels : programme, repères annuels et attendus

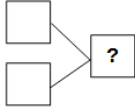
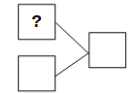
<u>Attendus fin CP</u>	<u>Repères annuels CP</u>
<p>Nombres et calcul Il résout des problèmes du champ additif (addition et soustraction) en une étape ou des problèmes du champ additif à deux étapes. Il modélise ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques. Il connaît le sens des signes - et +. Remarque : Les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 100</p> <p>Il résout, en mobilisant ses connaissances du champ additif sur des petits nombres ou en s'aidant de manipulations, des problèmes du champ multiplicatif en une étape (recherche d'un produit ou recherche de la valeur d'une part ou du nombre de parts dans une situation d'un partage équitable). Les écritures mathématiques avec les symboles : et x ne sont pas attendues. Remarque : Les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 30</p> <p>Grandeurs et mesures Il résout des problèmes en une ou deux étapes impliquant des longueurs, des durées ou des prix.</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs.</p> <p>À partir de la période 3, les élèves résolvent aussi quelques problèmes multiplicatifs portant sur de petits nombres et dont la résolution s'appuie sur une itération d'additions, sans aucune difficulté calculatoire mais invitant à construire en situation le sens de la multiplication. En parallèle, dans la continuité du travail sur le sens effectué en maternelle, des problèmes de division sont initiés dans des situations très simples de partage ou de groupement</p>
<p>Phrase du programme du cycle 2 : On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.</p>	
<p>Note service « la résolution de problèmes à l'école élémentaire » BO avril 2018</p> <p>1 - Un enseignement structuré et explicite de la résolution de problèmes Enseigner la résolution de problèmes nécessite de concevoir une progressivité pour les problèmes proposés, en commençant par des problèmes additifs élémentaires en une étape, avant de proposer des problèmes plus complexes (multiplicatifs élémentaires) et d'augmenter progressivement le nombre d'étapes des problèmes proposés.</p>	

Les problèmes donnés en exemples dans les attendus de fin de CP / ceux des évaluations mi CP et début CE1 :

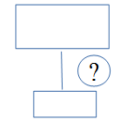
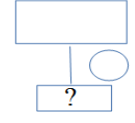
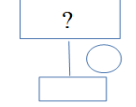
Problèmes basiques (une étape) : problèmes du champ additif transformations d'états

Problèmes prototypiques (ex avec des billes) réussites au CP (recherche Riley)	Pbs des attendus de fin de CP Pbs des évaluations miCP et début CE1	Catégories inspirées de la typologie de Vergnaud	
<p>(pb n°1) Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Léo ? 100 %</p> <p>(pb n°2) Léo avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Juliette. (ou perdu) Combien de billes a maintenant Léo ? 100 %</p>	<p>- Pierre avait 2 billes. Il en gagne 4 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ? (mi CP) - Pierre avait 10 billes. Il en gagne 4 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ? (début CE1)</p> <p>- Sophie joue au jeu de l'oie. Elle est sur la case 8. Elle doit reculer de 4 cases. Sur quelle case va-t-elle arriver ? (mi CP) - Léa joue au jeu de l'oie. Elle est sur la case 53 et doit reculer de 7 cases. Sur quelle case va-t-elle poser son pion ? - Léa a 53 euros dans son porte-monnaie. Elle achète un livre à 7 euros. Combien lui reste-t-il ? - Léa a 53 euros dans son porte-monnaie. Elle achète un livre à 48 euros. Combien lui reste-t-il ? - Il avait 28 euros, il a dépensé 12 euros. Combien lui reste-t-il ?</p>		<p>On connaît l'état initial et la transformation ; <u>Recherche de l'état final</u> - si augmentation, addition (pb n°1) - si diminution, perte addition à trou / soustraction (pb n°2)</p>
<p>(pb n°3) Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné des billes (ou il a gagné des billes). Léo a maintenant 8 billes. Combien de billes Juliette a-t-elle données à Léo ? 56 %</p> <p>(pb n°4) Léo avait 8 billes. Puis il a donné des billes à Juliette (ou perdu des billes). Maintenant Léo a 3 billes. Combien de billes Léo a-t-il données à Juliette ? 78 %</p>	<p>Il y avait 9 verres fragiles dans la cuisine. Il n'en reste plus que 4. Combien y en a-t-il eu de cassés ? (mi CP) - Un lundi, la plante mesure 3 cm. Le lundi suivant, elle mesure 12 cm. De quelle longueur a-t-elle grandi ?</p> <p>- Il y avait 36 oiseaux dans l'arbre. Il n'en reste plus que 21. Combien d'oiseaux se sont envolés ?</p>		<p>On connaît l'état initial et l'état final ; <u>Recherche de la transformation</u> addition à trou / soustraction (si augmentation - pb n°3 et si diminution - pb n°4)</p>
<p>(pb n°5) Léo avait des billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Maintenant Léo a 8 billes. Combien de billes avait Léo ?</p> <p>(pb n°6) Léo avait des billes. Puis il en a donné 5 à Juliette. Maintenant Léo a 3 billes. Combien avait-il de billes ? 39 %</p>	<p>Lisa avait des crayons. Tom lui a donné 3 crayons. Maintenant Lisa a 12 crayons. Combien de crayons Lisa avait-elle au début ? (début CE1)</p> <p>- Dans la boîte, il y avait des bonbons. J'en ai mangé 6 et il en reste encore 21. Combien y avait-il de bonbons dans la boîte avant que j'en mange ?</p>		<p>On connaît l'état final et la transformation ; <u>Recherche de l'état initial</u> (implique de faire l'opération opposée à celle de la transformation) - si augmentation, addition à trou / soustraction (pb n°5) - si diminution, addition (pb n°6)</p>

compositions d'états

<p>Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes. Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble ? 100 %</p>	<p>Dans la classe, il y a 8 chaises blanches et 5 chaises rouges. Combien y a-t-il de chaises en tout dans la classe ? (mi CP)</p> <p>- Dans un train, il y a 25 passagers dans le premier wagon, 32 passagers dans le deuxième wagon et 18 dans le troisième wagon. Combien y-a-t-il de passagers au total dans ce train ?</p>		<p>On connaît les parties ; <u>Recherche du tout</u> addition</p>
<p>Léo et Juliette ont 8 billes ensemble. Juliette a 3 billes. Combien Léo a-t-il de billes ? 39 %</p>	<p>- Dans mes poches, j'ai 27 billes. J'en ai 11 dans ma poche de gauche. Combien en ai-je dans ma poche de droite ?</p>		<p>On connaît le tout et une partie ; <u>Recherche d'une partie</u> addition à trou / soustraction</p>

comparaisons d'états

<p>Léo a 8 billes. Juliette en a 5. Combien Léo a-t-il de billes de plus que Juliette ? 28 %</p> <p>Léo a 8 billes. Juliette en a 5. Combien Juliette a-t-elle de billes de moins que Léo ? 22 %</p>	<p>- Il a 28 euros, il voudrait acheter un très bel album qui vaut 35 euros. Combien lui manque-t-il ?</p>		<p>On connaît les deux états ; <u>Recherche de la comparaison / écart</u> addition à trou / soustraction</p>
<p>Léo a 8 billes. Juliette a 5 billes de moins que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle ? 28 %</p>	<p>- Aujourd'hui, j'ai 9 copains avec moi dans la cour. Hier j'en avais 5 de moins. Avec combien de copains je jouais hier ? (mi CP)</p>		<p>On connaît un état et l'écart (« de moins ») <u>On cherche l'autre état</u> addition à trou / soustraction</p>
<p>Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle ? 17 %</p>	<p>- Ma sœur a 5 ans de plus que moi. J'ai 6 ans. Quel âge ma sœur a-t-elle ? (début CE1)</p>		<p>On connaît un état et l'écart (« de plus ») <u>On cherche l'autre état</u> addition</p>

Problèmes basiques (une étape) : problèmes du champ multiplicatif

composition

<p>Léo a 3 sachets de billes. Il y a 5 billes dans chaque paquet. Combien Léo a-t-il de billes en tout ?</p>	<p>- Paul a 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien de biscuits Paul a-t-il en tout ? (début CE1)</p> <p>- Paul apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y-a-t-il de biscuits en tout ? - Un livre coûte 3 euros. Combien cela va-t-il coûter à l'école d'acheter 5 exemplaires de ce livre ? - Une puce fait des sauts de 2 cm. Quelle distance parcourt-elle en faisant six sauts ? - Combien y-a-t-il de jours dans 3 semaines ?</p>	<p>On connaît la valeur de 1, on cherche pour plusieurs (le tout) multiplication (addition répétée)</p>
<p>Léo range ses 15 billes dans 3 sachets. Combien y aura-t-il de billes dans chaque sachet ?</p> <p>Léo range ses 15 billes dans des sachets. Il met 5 billes dans chaque sachet. Combien lui faut-il de sachets ?</p>	<p>- 3 enfants se partagent 18 images (donner ces images). Combien d'images aura chaque enfant ? - Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à des rencontres sportives, le professeur constitue des équipes de 4 élèves. Combien y-aura-t-il d'équipes ? - À la patinoire, l'entraîneur prépare 30 patins pour les enfants de son club de hockey. Combien y-a-t-il d'enfants dans le club ? - Avec 20 cm de ficelle, combien de morceaux de 5 cm puis-je faire ?</p>	<p>Recherche de la valeur d'une part ou recherche du nombre de parts partages (partition / quotient)</p>

Problèmes composés (de basiques) à deux étapes

champ additif

18 personnes sont dans un bus. Au premier arrêt, 7 personnes montent. Au deuxième arrêt, 4 personnes descendent. Combien y a-t-il de personnes dans le bus maintenant ? (début CE1)

- Il avait 28 euros. Il a acheté un livre à 12 euros et une trousse à 5 euros. Combien lui reste-t-il ?
- Il y avait 37 enfants dans un bus. Au premier arrêt, 12 enfants sont descendus. Au deuxième arrêt, 7 enfants sont montés. Combien y a-t-il d'enfants dans le bus maintenant ?
- Dans la bibliothèque de la classe, il y a 63 livres. Le professeur en apporte 25 de plus. Les élèves en empruntent 15. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque de la classe ?
- Dans la bibliothèque de la classe, il y a 84 livres. Il y a 35 albums, 21 bandes dessinées. Les autres sont des livres documentaires. Combien y-a-t-il de livres documentaires ?

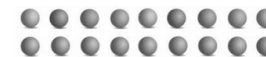
Problèmes atypiques

notifiés dans le programme mais pas dans les évaluations et pas d'exemples dans les attendus sauf celui-ci qu'on peut considérer comme atypique, notamment parce qu'il n'y a pas qu'une solution :

- Léo doit ranger tous les œufs dans des boîtes à œufs.

Il dispose pour cela de plusieurs boîtes vides avec 6 ou 12 emplacements.

Les boîtes doivent être complètes. Trouve deux solutions différentes



Quelques principes, issus de plusieurs recherches (didactique des maths / psychologie cognitive) :

- **ne pas prévoir des modules dédiés uniquement à des problèmes avec additions , des modules dédiés uniquement à des problèmes avec soustractions, des modules dédiés uniquement à des problèmes de groupement, de partages**

→ **alterner en permanence les types d'opérations (flexibilité cognitive)**

- **pour les problèmes avec soustraction, ne pas surinvestir ceux de recherche d'état final dans le cas d'une diminution (« Combien reste t il... ? ») :**

- note de service BO avril 2018 : Les différents types de problèmes se résolvant par une même opération doivent être rencontrés et explicités aux élèves, selon une programmation réfléchie tenant compte des différents niveaux de difficulté et de l'impératif de ne pas laisser s'installer une vision réductrice du sens des opérations. La soustraction, par exemple, ne doit pas être assimilée à la seule situation de retrait.

- référence : recherche ACE : « La notion de somme ne pose pas de problème. La notion de différence est beaucoup plus délicate.

Contrairement à ce qui se fait le plus souvent nous n'introduisons pas la soustraction à partir de problèmes de calcul du reste après une perte et nous recommandons aux professeurs d'éviter de donner de tels problèmes avant que les élèves aient acquis de solides compétences en matière d'analyse et de codage des énoncés. En effet associer le signe « - » à une situation de perte rend très difficile de concevoir que l'on fait la même opération de calcul d'une différence lorsqu'on calcule un gain connaissant l'avoir initial et l'avoir final. L'élève qui fait ce calcul par une addition à trou, ce qui est le cas le plus fréquent, a l'impression de faire une addition et s'il trouve le bon résultat avec des petits nombres, il a de fortes chances de poser une addition s'il doit opérer avec de grands nombres. En outre, si la soustraction est associée à une perte, il est très difficile d'imaginer de faire une soustraction pour le problème, Pierre a 5 billes, Jean en a 8. Qui en a le plus ? Combien en a-t-il de plus ? Faire apprendre la soustraction à partir d'une situation de perte crée un obstacle à la généralisation de l'opération aux autres situations de calcul de différence. »

- autre référence : Vergnaud 1982, Riley 1983, Sander 2018 « sur les 11 catégories de soustraction de la typologie, plus de 90 % des problèmes donnés se concentrent sur la seule catégorie des recherches de restes dans une situation de retrait. Cette analogie de substitution donne sens à la notion mais elle induit une focalisation sur un seul type de situation ; elle est nécessaire mais limitante car elle éclipse la diversité des situations de soustractions »

- **ne pas surinvestir les problèmes qui sont naturellement bien réussis (ils sont dans le champ des conceptions intuitives) : ceux de recherche de tout (réunion de parties) / ceux de recherche de quantité finale (aussi bien dans le cas d'une augmentation ou d'une diminution) ; ceux-ci nécessitent surtout une formalisation avec les écritures mathématiques mais ils ne posent pas de problème pour la compétence « modéliser » (à nuancer au regard de la nécessaire différenciation ; les problèmes de ces catégories doivent faire l'objet d'adaptations, d'étayages tant que nécessaire pour certains élèves)**

- **prévoir un enseignement qui comprenne une large part faite aux entraînements avec rebrassages**

→ Un outil : une progression annuelle

P1	P2	P3	P4	P5	
<p>Des problèmes basiques additifs, avec opérations avec écritures mathématiques (+ -) dans une progressivité à déterminer (avec brassage et entraînements pour automatisation des modélisations <i>nombre inférieurs à 100</i> Attendu : réussites autonomes (appui si nécessaire, mais en autonomie, sur outils dont éventuels schémas)</p>					une dizaine par semaine
				<p>Des problèmes composés additifs (deux étapes) Attendu : réussites étayées si nécessaire</p>	
		<p>Des problèmes basiques multiplicatifs, sans opérations avec écritures mathématiques (pas de x ni :) - partages, groupements (additions répétées) <i>nombre inférieurs à 30</i> Attendu : réussites étayées si nécessaire nombre inférieurs à 30</p>			
<p>Des problèmes atypiques Attendus : s'engager pour chercher, notamment à plusieurs / développer des stratégies, les expliciter – prendre en compte celles d'autres</p>					de temps en temps (défis...)

Détail par périodes :

Garder l'ordre progressif mais la répartition par période est à ajuster en fonction de l'avancée de la classe.

PERIODE 1

Problèmes basiques additifs

Composition

- recherche de tout (*Evaluation mi-CP*)

Exemple : Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes. Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble ?

- recherche de partie (*Attendus fin CP*)

Exemple : Léo et Juliette ont 8 billes ensemble. Juliette a 3 billes. Combien Léo a-t-il de billes ?

Rebrassage : problèmes de tout et de partie - en jouant sur les variables

Problèmes atypiques

au moins 1

PERIODE 2

Problèmes basiques additifs

Transformation (Nouveau)

- recherche de l'état final suite à augmentation ou diminution

(ne pas oublier quelques problèmes avec aspect ordinal, ex : jeu de l'oie). (*Evaluation mi-CP + début CE1 + Attendus fin CP*)

Exemple : Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Léo ?

- recherche de la transformation (*Evaluation mi-CP + Attendus fin CP*)

Exemple : Léo avait 8 billes. Puis il a donné des billes à Juliette. Maintenant Léo a 3 billes. Combien de billes Léo a-t-il données à Juliette ?

Rebrassage : les problèmes de composition de P1 / et ceux de transformation de P2 en variant les nombres en jeu – en jouant sur d'autres variables → progressivité, différenciation

Problèmes atypiques

au moins 1

PERIODE 3

Problèmes basiques additifs

Rebrassage : les problèmes de composition de P1 et ceux de transformation de P2

Comparaison (Nouveau)

- recherche d'écart dans le cas le plus simple : avec « de moins que... » dans l'énoncé

→ soustraction (*Evaluation mi-CP*)

Exemple : Léo a 9 billes, Juliette en a 5 **de moins** que Léo. Combien Juliette a-t-elle de billes ?

Problèmes basiques multiplicatifs (Nouveau)

- addition réitérée (on connaît la valeur de 1, on cherche pour plusieurs). (*Attendus fin CP + évaluation début CE1*)

Exemple : Le maître apporte 3 paquets de biscuits. Il y a 7 biscuits dans chaque paquet. Combien y a-t-il de biscuits en tout ?

Problèmes atypiques

au moins 1

PERIODE 4

Problèmes basiques additifs

Rebrassage : les problèmes de composition + transformation + comparaison (recherche d'écart)
= ceux des périodes P1 + P2 + P3

Comparaison (Nouveau) (*Evaluation début CE1*)

- comparaison avec recherche d'une quantité connaissant écart : avec « de plus » dans l'énoncé
Exemple : Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle ?

Problèmes basiques multiplicatifs

- partages (Nouveau) (*Attendus fin CP*)

Exemples : 3 enfants se partagent 18 images . Combien d'images aura chaque enfant ?

Il y a 24 élèves dans la classe. Pour participer à des rencontres sportives, le professeur constitue des équipes de 4 élèves.
Combien y-aura-t-il d'équipes ?

- Reprise de problèmes de multiplication (addition réitérée)

Rebrassage de problèmes de multiplication et de partages

Problèmes atypiques

au moins 1

PERIODE 5

Problèmes basiques additifs

Rebrassage : les problèmes de composition + transformation + comparaison = ceux des périodes P1 + P2 + P3 + P4

Problèmes basiques multiplicatifs

Rebrassage : les problèmes de multiplication = addition réitérée et les problèmes de partages

Problèmes additifs composés (2 étapes) Nouveau

(*Attendus fin CP*)

Exemple : Il y avait 37 enfants dans un bus, au premier arrêt 12 enfants sont descendus, au deuxième arrêt 7 enfants sont montés. Combien y a-t-il d'enfants dans le bus maintenant ?

Problèmes atypiques

au moins 1

Remarque : d'autres variables de complexité sont à prendre en compte au sein de chaque étape, dans un objectif d'accessibilité à tous les élèves et/ou de différenciation : les nombres en jeu / ce dont il est question, le contexte même s'il est conseillé de veiller à ce qu'il soit connu des élèves, la rédaction des énoncés